INGENIERIA CIVIL

MARZO-ABRIL 1965, NR. 127, PP. 16-21

CICM, COLEGIO INGENIEROS CIVILES DE MEXICO

Suiza

CONSIDERACIONES RESPECTO A LOS ESFUERZOS ADMISIBLES Y A LA RESISTENCIA DEL CONCRETO EN LA CONSTRUCCION DE PRESA EN ARCO

DR. G. LOMBARDI
Ingeniero consultor, Locarno-Minusio, Suiza

Consideraciones respecto a los esfuerzos admisibles y a la resistencia del concreto en la construcción de presas en arco

Contribución original del autor a la revista del CICM.
Versión al castellano del Ing. Néstor Garay B.

Dr. Giovani Lombardi*
Ingeniero Consultor

I. Introducción

El objeto del presente estudio es precisar los criterios que se deberán aplicar a la definición de la seguridad de las presas en arco, y de manera especial, los que deben proceder a la selección del concreto en términos de los esfuerzos calculados. La aplicación práctica del problema consiste, algunas veces, en obtener la variación de los consumos de cemento, y por consiguiente de las resistencias del concreto, de un punto a otro en el cuerpo de la presa, dependiendo de los esfuerzos que puedan presentarse en el caso más desfavorable. Es claro que procediendo de esta manera se logran interesantes ahorros en la cantidad de cemento empleado, lo que además del beneficio económico que reporta, permite reducir el desarrollo del calor de hidratación y la consiguiente dificultad de enfriamiento, logrando así reducir los esfuerzos suplementarios de origen térmico.

Establecido este intento de la máxima economía de cemento, examinaremos los criterios que permitan garantizar en cualquier caso una seguridad suficiente de la obra, de acuerdo con la práctica habitual y las disposiciones normativas de la autoridad encargada del control. Al respecto se observa que cada cortina de cierta importancia, representa un caso especial debido a sus dimensiones, sus esfuerzos y la particularidad de la fabricación del concreto. Por consiguiente es necesario examinar los diversos puntos que entran en juego, en base a las experiencias hechas para las más recientes cortinas de este tipo, pero con cierta libertad de apreciación.

Como el criterio de dimensionamiento de la obra se adopta el empleado en Suiza; que consiste, para un punto dado, poner en relación un cierto esfuerzo llamado determinante, con la resistencia efectiva, o presumible del material en el mismo punto, obteniendo así el llamado coeficiente de seguridad (s).

En este lugar, no se discutirá el criterio anterior, tomaremos como punto de partida este principio, aceptado como tal, y que se condensa en la siguiente fórmula:

$$\sigma_{\text{det}} \leqq \frac{1}{s}\,\beta \tag{1}$$

En la que σ_{det} representa el esfuerzo determinante y β la resistencia del concreto, que debe ser por lo menos "s" veces más elevado que el esfuerzo antes dicho. El valor de "s" se llama coeficiente de seguridad, aunque éste no es el término más apropiado. En lo que sigue nos proponemos definir sucesivamente cuál es o debe ser el esfuerzo determinante, cuál la resistencia por elegir, y cuál, en fin, la "seguridad que deberá adoptarse".

II. Caso de carga determinante

La cortina, después de su construcción estará sometida a múltiples cargas, esfuerzos y acciones diversas, que según la práctica habitual se subdividen de manera más o menos esquemática en las siguientes cargas:

1.—Peso propio.
2.—Presión Hidrostática.
3.—Variación uniforme de temperatura.
4.—Diferencia de temperatura de un punto a otro.
5.—Sacudidas sísmicas.
6.—Acciones diversas.

Entre estas consideraciones el *peso propio,* la *presión hidrostática* máxima o parcial (según la que sea más desfavorable), y la *variación de temperatura* como *casos de cargas principales* que se deben considerar determinantes para la aplicación de la fórmula antes citada.

Para otros casos de carga, basta limitarse a poner en evidencia los esfuerzos inducidos en el cuerpo de la cortina, teniendo presente que en estos casos el coeficiente de seguridad será, o podrá ser, inferior al necesario para los casos principales de esfuerzo.[1]

Es obvio que según el punto considerado en el cuerpo de la cortina se hará una u otra combinación de los casos de cargas principales.

III. Esfuerzos determinantes

En cada punto de la cortina existirá, en cada instante, un estado de esfuerzos que será caracterizado, de manera general, por tres esfuerzos principales dirigidos según ejes ortogonales entre sí. Se puede, en base a simples consideraciones de elasticidad, admitir con buena aproximación que una de estas tres direcciones será perpendicular a la superficie media de la cortina en arco, mientras las otras dos deben tomar direcciones cualesquiera, pero en consecuencia paralelas a dicha superficie.

* *Estudios de Ingeniería G. Lombardi, Locarno Suiza. Consejero Delegado Idroelettra, S. A., Locarno Suiza.*

1 *En los países en los cuales la actividad sísmica sea importante, se deberán incluir también los efectos de las sacudidas sísmicas, entre los efectos principales.*

Es obvio que los puntos determinantes, en los cuales los esfuerzos son máximos, y en los que se ejecuta el control antes citado, se encuentran en los paramentos aguas arriba y aguas abajo, y además, teniendo en cuenta que el cuerpo de la cortina se divide en diferentes zonas de dosificación, a lo largo de la superficie de transición entre una calidad de concreto y otra, en cuanto dichas superficies son paralelas a los paramentos.

En el paramento aguas abajo, la compresión en dirección radial es por definición igual a cero. En el paramento aguas arriba, este esfuerzo puede alcanzar, en teoría, un valor igual a la presión hidrostática, si se admite que el paramento aguas arriba es perfectamente impermeable.

Si por el contrario se debe considerar una cierta permeabilidad del concreto, lo cual es verosímil, se debe concluir que la presión hidrostática no se trasmite a la cortina a través de la superficie aguas arriba, sino en el interior de la masa de concreto. Con lo cual la compresión normal sobre el paramento aguas arriba resulta inferior a la presión hidrostática.

Sin embargo se considera que en general, con la presencia de un concreto con dosificación más elevada a lo largo del paramento aguas arriba, se tendrá una mayor impermeabilidad y, por lo tanto, una cierta compresión radial.

Proponemos, por lo tanto, por razones de seguridad y simplicidad, despreciar esta componente radial dado que actúa favorablemente, o sea en sentido de una mayor seguridad.

Por lo tanto, consideramos únicamente estados de esfuerzo biaxiales, despreciando los triaxiales si no son casos especiales, a los cuales se puede regresar en el curso de la elaboración de los cálculos detallados.

Admito que se quiera tener en cuenta los esfuerzos biaxiales (lo que representa un cierto progreso respecto a cuanto se ha hecho en otros casos en los que se han examinado únicamente esfuerzos monoaxiales) será oportuno establecer criterios que permitan calcular el esfuerzo determinante, partiendo de los esfuerzos principales existentes en el punto considerado. Por lo que es necesario examinar tres casos:

1er. Caso: Los dos esfuerzos principales son de compresión.

Es obvio que despreciando la tercera componente, será determinante para la ruptura únicamente el más grande de los 2 esfuerzos principales. Lo cual resulta, por ejemplo, de la consideración de la posición de los círculos de Mohr, respecto a la curva intrínseca de resistencia del material (véase Fig. 1).

Se tendrá, por lo tanto, la siguiente fórmula:

$$\sigma_{\text{det}} = \sigma_1 \tag{2}$$

Si $\sigma_1 \geqslant \sigma_2 \geqslant 0$, $\sigma_3 = 0$ y $\sigma = 0$ para compresión.

Definiendo con valores positivos los esfuerzos de compresión.

2o. Caso: Los dos esfuerzos principales son de tensión.

En este caso valen consideraciones análogas y basta referirse a la Fig. 1 para poder escribir la fórmula siguiente:

$$\text{Si } 0 \geqslant \sigma_1 \geqslant \sigma_2,\ \sigma_3 = 0, \text{ y } \sigma < 0 \text{ para tensión} \tag{3}$$

Nótese que una ligera compresión según el 3er. eje (como podría ser en el caso de considerar la presión que actúa sobre el paramento aguas arriba), no influye en este caso en el peligro de ruptura.

3er. Caso: Los dos esfuerzos son de signo diferente; el esfuerzo de compresión es predominante.

Este caso es más complejo y merece algunas consideraciones más detalladas.

Con este objeto se ha presentado en la Fig. 2, la curva intrínseca de resistencia de un concreto que tendría, por ejemplo, una resistencia a la compresión de 300 kg/cm² y una resistencia a la tensión de .. 50 kg/cm².

Basándose en curvas experimentales conocidas, se puede admitir que para un concreto de este tipo, la curva intrínseca corta el eje de las ordenadas en un valor próximo a 70 kg/cm².

Se trata ahora, partiendo de esta curva intrínseca, de construir una curva de los esfuerzos admisibles para el estado biaxial que aquí nos ocupa. Está claro que la relación entre las dos curvas representa el coeficiente de seguridad.

Si se quisiera admitir un coeficiente de seguridad único y constante, la curva de los esfuerzos admisible, resultaría semejante a la curva intrínseca del material; la relación de reducción sería, por lo tanto, la inversa del "coeficiente de seguridad".

Por las consideraciones expresadas con anterioridad, la curva estaría limitada hacia las compresiones elevadas del círculo de Mohr correspondiente a la compresión monoaxial (véase también Fig. 1). Pero el querer admitir un coeficiente de seguridad único e igual para los esfuerzos de tensión como para los de compresión, sería poco razonable en el caso de una cortina en arco. Sin embargo, la cortina en arco trabaja esencialmente a compresión y los esfuerzos de

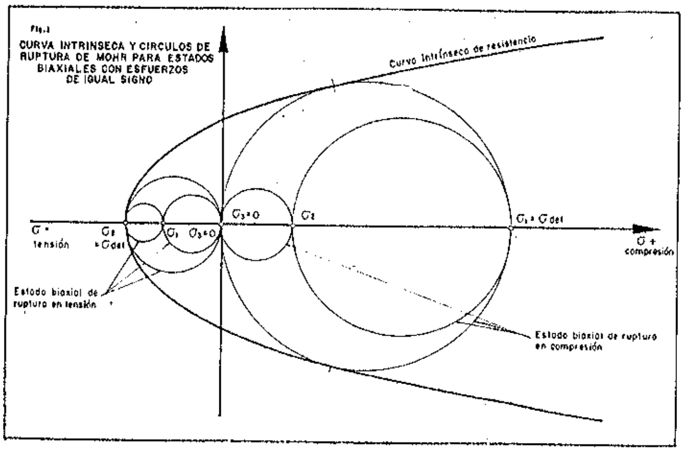


Fig. 1
CURVA INTRINSECA Y CIRCULOS DE RUPTURA DE MOHR PARA ESTADOS BIAXIALES CON ESFUERZOS DE IGUAL SIGNO

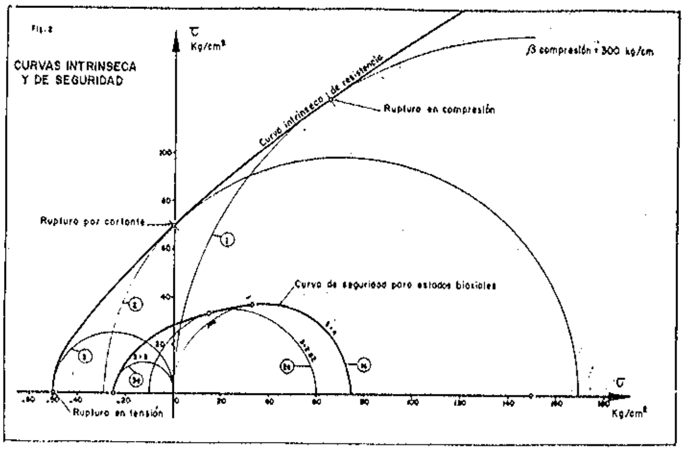
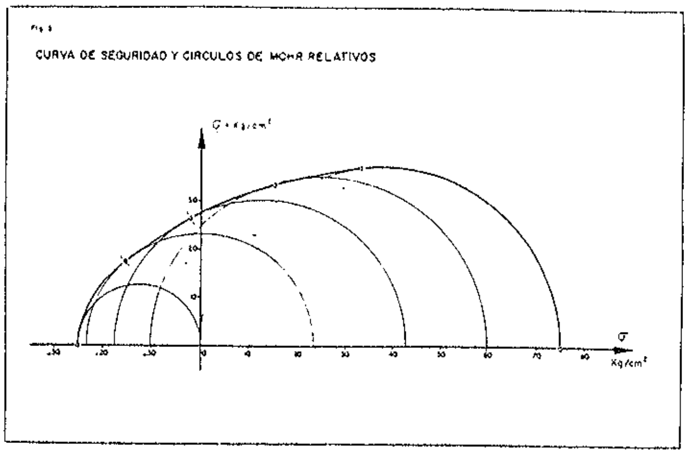


Fig. 2
CURVAS INTRINSECA Y DE SEGURIDAD



tensión tienen un significado de orden inferior respecto a los de compresión.

Por estas razones se propone hacer variar el coeficiente de seguridad entre un valor máximo para la compresión monoaxial y un valor mínimo para la tensión monoaxial, asignando a estados de esfuerzos mixtos, valores intermedios.

En base a la práctica actual parece razonable admitir, para el coeficiente de seguridad a compresión, un valor de 4, y para el de tensión un valor de 2.

La variación de este coeficiente de uno a otro extremo es, por lo tanto, algo arbitrario.

En la Fig. 2 hemos dibujado un ejemplo de una curva de esfuerzo admisibles para el estado biaxial, admitiendo además que para el esfuerzo cortante simple (ruptura por deslizamiento en una superficie carente de fuerza normal) se tiene un coeficiente de seguridad de 2.82 obtenido como media geométrica entre los valores de 2 y 4.

Esta relación 2.82 se refiere, ya no al punto de intersección de la curva intrínseca con el eje de las ordenadas, sino más bien a la reducción del círculo de Mohr determinante para la ruptura a esfuerzo cortante simple.

En la Fig. 3 se ha representado a escala mayor, esta curva de seguridad para el estado biaxial.

Construyendo ahora todos los círculos de Mohr tangentes a esta curva, es posible establecer la relación entre los valores de los esfuerzos principales correspondientes a estos círculos.

La función está representada en la Fig. 4, la cual, en definitiva, da el valor del esfuerzo admisible a tensión en presencia de un esfuerzo de compresión en la dirección perpendicular. Como se ve, esta curva se aproxima de manera relativamente satisfactoria a una línea horizontal correspondiente al valor máximo admisible de esfuerzo de tensión y de una recta inclinada que pasa por el punto de la máxima compresión admisible.

La expresión analítica de esta recta es la siguiente:

$$\sigma_1 - k\sigma_2 = \text{const} = \sigma \text{ camm} \qquad (4)$$

en la cual el coeficiente k indica la pendiente.

La construcción gráfica que hemos hecho, permite atribuir a k, un valor próximo a la unidad.

Está claro que en la construcción precedente diversos elementos han sido seleccionados con cierta arbitrariedad (de manera especial por cuanto concierne a las características del concreto) y que se podría sin duda discutir su valor numérico; lo que explica por qué algunos autores han llegado a cifras un poco diferentes (véase como ejemplo el artículo del Ing. J. P. Stucky "Apreciation de la qualité du béton, bulletin de la Suisse Romande No. 15" del 19 de julio de 1958 en el que se indica para k un valor de 1.4).

Se puede también pensar en aplicar la fórmula habitual para el cálculo de la energía de deformación (Von Mises) la cual permite escribir:

$$\sqrt[2]{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} = \text{const.} \qquad (5)$$

Esta fórmula puede ser transformada en la siguiente si se admite que el esfuerzo de tensión no es *demasiado* elevado respecto al esfuerzo de compresión.

$$\sigma_1 - 0.5\ \sigma_2 = \text{const} \qquad (6)$$

Se ve como esta fórmula corresponde a la (4) si hacemos $k = 0.5$.

Es obvio, sin embargo, que la fórmula precedente vale para materiales del tipo del acero para los cuales la resistencia a compresión es comparable a la de tensión; en medida menor para el concreto que presenta un comportamiento esencialmente diferente entre esos dos estados de esfuerzos.

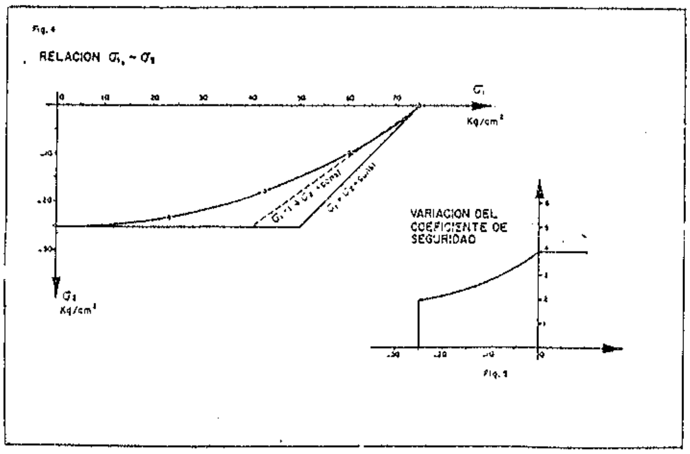
Sin embargo, dicha fórmula puede dar algunas indicaciones.

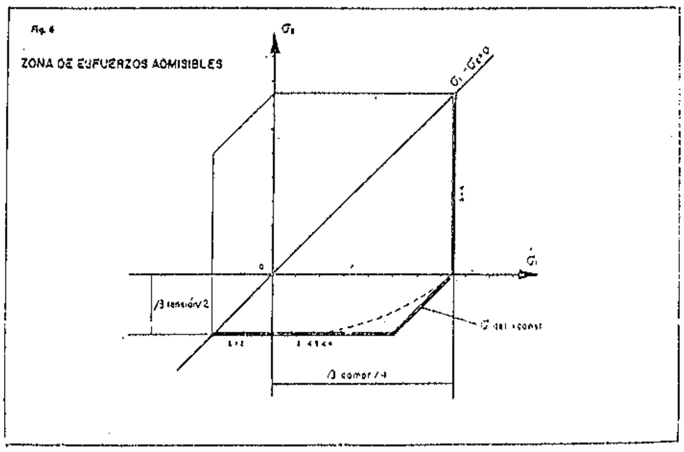
Vistas las divergencias que se comprueban acerca del valor del coeficiente k, en función de apreciaciones más o menos personales, se propone, en cuanto sigue, admitir para este coeficiente k, el valor de 1. Tendremos, por tanto, la siguiente fórmula en el caso en que los esfuerzos principales sean de signo contrario, siempre que los valores de los esfuerzos de tensión no sean demasiado elevados respecto a los de compresión.

$$\sigma_{\text{det}} = \sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_e + \sigma_{tl} \qquad (7)$$

$$\text{con } \sigma_2 < 0 < \sigma_1,\ \sigma_3 = 0$$

$$\text{y } (\sigma_1) > (\sigma_2)$$





Recapitulando las 3 fórmulas precedentes números (2) (3) y (7) se puede formar el diagrama representado en la Fig. 6.

Admitiremos el polígono dibujado con trazo doble, teniendo presente que una fórmula más exacta correspondería a la curva punteada.

En un estado de esfuerzos biaxial, para el cual el punto representativo de los esfuerzos principales se encuentre interior a la superficie punteada, la seguridad a la ruptura es suficiente. Dicha seguridad es de 4 para los esfuerzos de compresión y de 2 para los esfuerzos de tensión, y varía entre estos dos valores para los esfuerzos mixtos.

A título ilustrativo, mencionamos el hecho de que este diagrama es algo semejante al clásico, relativo a la teoría que hace el esfuerzo cortante determinante para la ruptura; teniendo en cuenta en este caso la ya muchas veces mencionada asimetría entre resistencia a compresión y resistencia a tensión.

En conclusión se considera que se puede admitir como criterio de ruptura el de la Fig. 6.

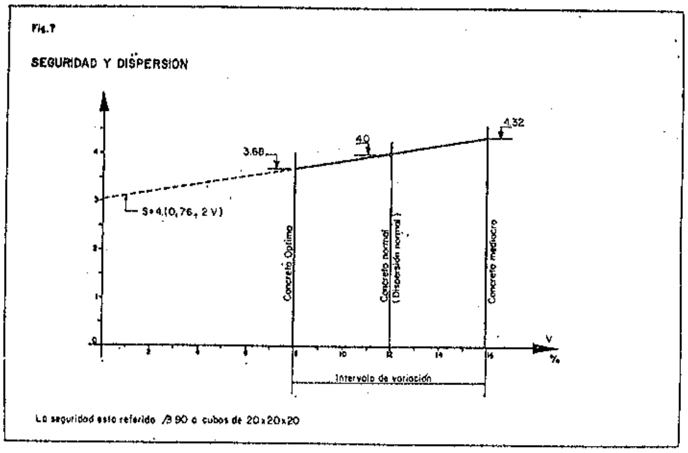
En la Fig. 5 hemos indicado la variación del coeficiente de seguridad en función del esfuerzo de tensión obtenido de la Fig. 3.

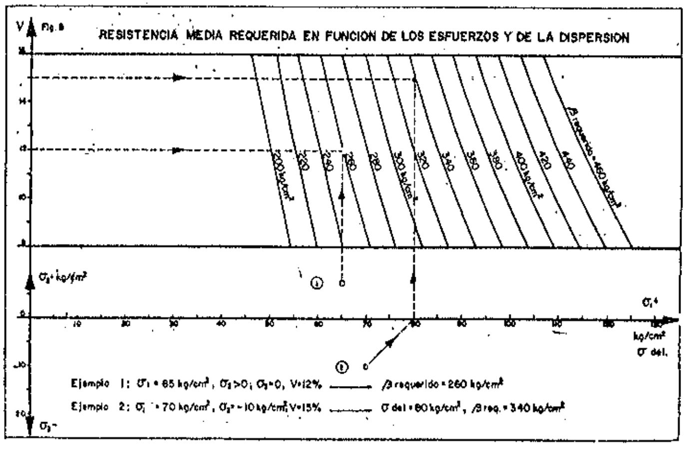
IV. La resistencia del concreto y la dispersión

La resistencia de un concreto dado, sólo se puede conocer como función estadística.

En efecto, ésta no es constante sino que varía con una dispersión más o menos importante en torno a un valor medio.

Considerando sólo resistencia a la compresión se pueden obtener los determinantes; consideremos los siguientes valores experimentales:





1.—m = Resistencia media a la compresión en kg/cm².

2.—d = Dispersión cuadrática en kg/cm².

3.—d/m = dispersión cuadrática relativa.

Es evidente que la probabilidad de ruptura de un elemento de concreto, depende en fuerte medida de la dispersión de la resistencia. Si esta dispersión es elevada, la probabilidad de encontrar resistencias bajas es más fuerte y viceversa.

La experiencia demuestra que un valor de la dispersión de 12% puede ser considerada en la actualidad como un valor normal, en obras convenientemente equipadas. Un valor de 8% correspondería a un concreto de cualidad extremadamente uniforme, realizable sólo en condiciones excepcionalmente favorables. Viceversa una dispersión del 16% corresponde a un concreto mediocre de propiedades extremadamente irregulares.

Es por lo tanto lógico y además ha resultado habitual, hacer depender el coeficiente de seguridad de la dispersión comprobada con la resistencia del concreto. La medida de esta inter-dependencia es por lo tanto aún incierta.

V. Coeficiente de seguridad

Por cuanto concierne a la resistencia a compresión, se puede admitir, por ejemplo, que para una dispersión normal del 12%, corresponde un coeficiente de seguridad de 4, referido a la resistencia media en probetas cúbicas de 20 cm de lado, a 90 días de edad; de conformidad a cuanto se ha hecho últimamente para diversas cortinas importantes en Suiza.

Más discutida es, por el contrario, la ley según la cual debe variar este coeficiente en función de la dispersión. Sin embargo son concebibles diversas fórmulas. A nuestro parecer cualquier fórmula puede ser linealizada, en función de la diferencia entre dispersión efectiva y la dispersión de 12% considerada normal, en cuanto los valores de estas diferencias no deberían de ser muy grandes. En consecuencia podemos escribir la fórmula siguiente:

$$s = 4\,[1 + \alpha\,(v - v_n)] \text{ con } v_n = 0.12 \qquad (8)$$

Obsérvese que en esta fórmula (8) para una dispersión de 12% corresponde un coeficiente de seguridad 4. Dicho coeficiente aumenta con la dispersión y viceversa.

El coeficiente que aparece en la fórmula (8) da la medida de la dependencia entre las dos funciones.

El valor numérico de este coeficiente queda, al menos por lo pronto, a la apreciación personal.

En algunos casos se ha tomado como la unidad. Esto, al parecer nos da una correlación demasiado débil en cuanto pasando de un concreto óptimo a un concreto normal hasta un concreto de calidad mediocre, el coeficiente de seguridad variaría sólo de 3.84 a 4.0 y 4.16.

Por nuestra parte consideramos que es adecuado escoger para el coeficiente un valor por lo menos 2, lo que haría variar el coeficiente de seguridad de 3.68 a 4.0 *respecto* a 4.32.

Una variación del coeficiente de seguridad del orden del 17% entre un concreto mediocre y uno óptimo, nos parece adecuado a la importancia de la dispersión.

Para la cortina de Contra, por ejemplo, se ha fijado para el coeficiente de seguridad a la compresión (referido a pruebas con probetas cúbicas de 20 cm de lado a 90 días de edad), la siguiente fórmula:

$$s = 4 \, [1 + 2 \, (v - v_n)] \text{ con } v_n = 0.12 \qquad (9)$$

que puede ser escrita también como sigue:

$$s = 4 \, (0.76 + 2v) = 3.04 + 8v \qquad (10)$$

Esta función está representada en la Pág. 7.

Algunos estudios aún en proceso, deberían llevar con toda probabilidad a aumentar el valor de α.

Por cuanto concierne a los esfuerzos de tensión, no tendría sentido proceder de manera semejante, ya que no es usual hacer numerosas pruebas de resistencia a la tensión; razón por la cual no se puede calcular la dispersión con suficiente precisión.

Parece, por el contrario, más adecuado limitar a priori los esfuerzos de tensión a valores fijos. Para la cortina de Contra se han admitido 25 kg/cm^2 a presa vacía y 15 kg/cm^2 a presa llena.

Esta manera de proceder es ciertamente justificada, en cuanto los esfuerzos de tensión son, como se ha mencionado, mucho menos importantes que los de compresión, por lo que se refiere a la estabilidad y la seguridad de la obra, y aun porque la resistencia a la tensión es menos sensible a la variación de consumo de concreto que a los esfuerzos de compresión.

Por consiguiente, se determinará la resistencia, o sea el consumo de cemento del concreto, con base en los esfuerzos de compresión y del coeficiente de seguridad antes calculado.

VI. Ejemplo práctico

Como aplicación de cuanto se ha expuesto se han escogido los siguientes criterios para el dimensionamiento de la cortina de Contra en Val Verzasca, Suiza:

1.—Se consideran determinantes las cargas debidas a peso propio, presión hidrostática y variación de temperatura.

2.—Se consideran, generalmente, sólo los casos de esfuerzo biaxial.

3.—El esfuerzo determinante es el máximo de compresión, si los esfuerzos principales son de compresión.

4.—Si los dos esfuerzos son de signo contrario, es determinante la suma de los dos valores absolutos.

5.—El coeficiente de seguridad, respecto al esfuerzo determinante, depende de la dispersión, según la relación: $5 = 4 \, (0.76 + 2v)$.

6.—Los esfuerzos de tensión se limitaron a ...... 25 kg/cm^2 a presa vacía y 15 kg/cm^2 a presa llena.

7.—La resistencia determinante del concreto, es la obtenida con cubos de 20 cm de lado a 90 días de edad.

8.—Se debe controlar la seguridad en base a los criterios precedentes tanto en los paramentos aguas arriba y aguas abajo, así como en las superficies de separación entre concretos de diferentes consumos.

9.—El consumo del concreto ha sido fijado de punto en punto, según los criterios antes expuestos, en base a las resistencias requeridas.

La Fig. 8 permite encontrar gráficamente la resistencia del concreto media requerida, en función de los esfuerzos y de la dispersión.

La aplicación de estos principios ha permitido hacer variar el consumo de cemento de 200 a 270 kg/m^3 según los esfuerzos locales. El valor máximo del esfuerzo determinante ha alcanzado 110 kg/cm^2.